

محاضرات الدفتر

المادة: نظرية الشبكات المحاضرة: ١٧

القسم: رياضيات - هير السنة: الرابعة

دائماً

$$a \leq b \Rightarrow ab$$

التمرين: إذا كانت المتراجحة البوليارية $ax+b \leq c$

يمكن ردها إلى معادلة من الدرجة ١ (التمرين السابق)

$$x(210) \text{ عدد المتراجحات } 6x+2 \leq 3, 7x+5 \leq 105$$

الحل:

$$ax+b \leq c \Leftrightarrow (ax+b) - (ax+b) \leq c - (ax+b) \Leftrightarrow$$

$$(ax+b) + (a+ac)x + (b+bc) = 0 \Leftrightarrow (a+ac)x + (b+bc) = 0$$

من التمرين السابق نجد أن x تقع بين المتراجحة الزائدة

$$b+bc \leq x \leq (a+ac) + (b+bc) + 1$$

$$b \leq x \leq a+b+1$$

لقد المتراجحة

$$x(210) \quad 6x+2 \leq 3$$

$$D(210) = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210\}$$

$$2+2 \cdot 3 \leq x \leq 6+6 \cdot 3 + 2 + 2 \cdot 3 + 210$$

$$2+1 \leq x \leq 6+3+2+1+210 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 6+3+105$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 114$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq (6 \cdot 70) \vee (35 \cdot 3) + 105$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq (2 \vee 1) + 105$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 2+105 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq (2 \vee 1) \vee (105 \vee 105)$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 2 \vee 105$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 210$$

$$\{2, 6, 10, 14, 30, 42, 70, 210\}$$

جودة الحل

$$6x+2 = 6 \cdot 2 + 2 = 2+2 = 4 \leq 3$$

$$6 \cdot 6 + 2 = 6+2 = (6 \cdot 105) \vee (35 \cdot 2) = 3 \vee 1 = 3 \leq 3$$

$$6 \cdot 10 + 2 = 2 + 2 = 0 \leq 3$$

$$6 \cdot 11 + 2 = 2 + 2 = 0 \leq 3$$

$$6 \cdot 30 + 2 = \cancel{2+2=0 \leq 3} = 6 + 2 = (6 \cdot 105) + \sqrt{(36 \cdot 2)} = 3 \cdot 105 = 3 \leq 3$$

$$7x + 5 \leq 105$$

بالنسبة للمتغير x

$$5 + 5 \cdot 105 \leq x \leq 7 + 7 \cdot 105 + 5 + 5 \cdot 105 + 210$$

$$5 + 5 \leq x \leq 7 + 7 + 5 + 5 + 210$$

$$1 \leq x \leq 1 + 1 + 210$$

$$1 \leq x \leq 210$$

أي أن المتباينة صحيحة دائماً

$$7x + 5 = 7 \cdot 1 + 5 = 1 + 5 = 6 \leq 105$$

$$7x + 5 = 7 \cdot 2 + 5 = 1 + 5 = 6 \leq 105$$

نريد:

في جبر بول A لتكن المعادلتين

$$\begin{cases} ax + by = c \\ ux + vy = w \end{cases} \quad (1)$$

حيث $a, b, c, u, v, w \in A$ ونافذة بول A

فإذا كانت $A = av + bu$ فلهذا نكتب $a = av + bu$ ونعوض في المعادلة (1) فنحصل على

معادلة (x, y) في A

الآن:

نحسب المعادلة الأولى بـ v والثانية بـ u فنجد

$$avx + bvy = cv$$

$$bux + bvy = wu$$

نجمع

$$avx + bvy + bux + bvy = cv + wu$$

$$avx + bux = cv + wu$$

نحسب المعادلة الأولى بـ u والثانية بـ v فنجد

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$(av + bw)x = (cv + bw)$$

نعتبر $D=1$

$$1.x = cv + bw$$

$$\Rightarrow \boxed{x = cv + bw}$$

من أجل إيجاد x نضرب المعادلة الأولى في a والمعادلة الثانية في $-b$ في

$$aux + buy = cu$$

$$aux + avy = aw$$

الجمع

$$aux + buy + aux + avy = cu + aw$$

$$\Rightarrow buy + avy = cu + aw$$

$$\Rightarrow (bu + av)y = cu + aw \Rightarrow 1.y = cu + aw$$

$$\Rightarrow y = cu + aw$$

نريد:

لنكن A ملتة غير مربعة، بتبديله في المبرمج $A \times U$ حيث U الملتة المربعة $n \times n$ ولنفرض \hat{A} الملتة

$$(x, \alpha) + (y, \beta) = (x+y, \alpha+\beta)$$

$$(x, \alpha)(y, \beta) = (xy + \beta x + \alpha y, \alpha\beta)$$

$$\frac{0}{EU} x = \frac{x}{EA}$$

$$\frac{1}{EU} x = \frac{x}{EA}$$

نعتبر $A \in EA$

يكون $\hat{A} \in EA$ حلقه بولي نية مع الملتين المرتبتين

يركز A الدليل f من A في \hat{A} المرتبة (A) $f(x) = (x, 0)$

هو حلقه بولي نية

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

الكل

واضح ان عملية الجمع \oplus في \hat{A} هي تبديلية وان \hat{A} تحت هذه العملية
 (0,0) هي العنصر المحايد
 ونلاحظ ان

$$\forall (x, \alpha) \in \hat{A} \quad (x, 0) \Rightarrow (x, 0) + (x, \alpha) = (x+x, 0+\alpha) = (0, \alpha)$$

$$(x, 1) \Rightarrow (x, 1) + (x, 1) = (x+x, 1+1) = (0, 0)$$

اي ان $(0, 1)$ هو العنصر المحايد في $(\hat{A}, +)$ نمرى تبديلية

ب عملية الضرب تبديلية فان $\forall (x, \alpha), (y, \beta), (z, \gamma) \in \hat{A}$ فان

$$(x, \alpha) \cdot ((z, \beta) \cdot (z, \gamma)) = ((x, \alpha) \cdot (y, \beta)) \cdot (z, \gamma)$$

وان الضرب توزيعي على الجمع وذلك لان

$$\forall (x, \alpha), (y, \beta), (z, \gamma) \in \hat{A} \quad (x, \alpha) \cdot ((y, \beta) \cdot (z, \gamma)) = (x, \alpha) \cdot (y+z, \alpha+\beta)$$

$$= (x(y+z) + (B+\alpha)x + \alpha(y+z), \alpha(\beta+\gamma))$$

$$= (xy + xz + \beta x + \gamma x + \alpha y + \alpha z, \alpha\beta + \alpha\gamma)$$

$$(x, \alpha) \cdot (y, \beta) + (x, \alpha) \cdot (z, \gamma) = (xy + \beta x + \alpha y, \alpha\beta) + (xz + \gamma x + \alpha z, \alpha\gamma)$$

$$= (xy + \beta x + \alpha y + xz + \gamma x + \alpha z, \alpha\beta + \alpha\gamma)$$

اي ان الضرب توزيعي على الجمع

ان (0,1) هو العنصر المحايد في \hat{A} لان $\forall (x, \alpha) \in \hat{A}$ فان

$$(x, \alpha) \cdot (0, 1) = (x \cdot 0 + 1 \cdot x + \alpha \cdot 0, \alpha \cdot 1) = (0 + x + 0, \alpha) = (x, \alpha)$$

وبالتالي (\hat{A}, \cdot) حلقة

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

أي أن الرتبة \hat{A} جافة وبالتالي \hat{A} حلبة بديهية

$$\forall x, y \in A : f(x+y) = (x+y, 0) = (x, 0) + (y, 0) = f(x) + f(y)$$

$$f(xy) = (xy, 0) = (xy + 0, x + 0, y, 0) = (x, 0)(y, 0) = f(x)f(y)$$

أي أن f هي تمثيل حلبة

تقريباً :

تقول عند المجموعة الجزئية X من Z أن n درجة إذا كانت $X = X + n$ حيث n عدد طبيعي موجب
 من المجموعات الجزئية n درجة C حلبة جزئية من $P(Z)$
 حيث $X + n = \{x + n, x \in X\}$ ومن المجموعة P_n